



بنای مسجد مدینه و قواعد ریاضی مستنبط از آن

آیت الله حسن حسن زاده آملی

این وجیزه در بیان بنای مسجد مدینه به دستور حضرت خاتم النبیین محمد مصطفی، صلی الله علیه و علی آله و سلم، و اشاره به استنباط چند مطلب ریاضی بسیار مهم از آن است که به نحو اختصار و فهرست وار در چهار فصل تقریر و تحریر شده است.

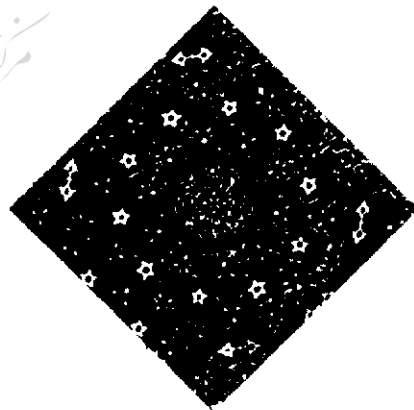
فصل اوّل در محراب مسجد و تعیین سمت قبله آن است.

رسول الله، صلوات الله علیه، پس از آنکه مبعوث به رسالت شده است، سیزده سال در مکه، و یک سال و چند ماه در مدینه به سوی بیت المقدس نماز می خوانند؛ به تفصیلی که در درس پنجاه و ششم کتاب دروس معرفة الوقت و القبلة نگاشته ایم.

پس از آن از جانب حق تعالی فرمان ﴿فَوَلِّ وَجْهَكَ شَطْرَ الْمَسْجِدِ الْحَرَامِ﴾ (بقره: ۱۴۵) فرارسیده است، و رسول الله مأمور به صرف قبله از بیت المقدس به سوی کعبه شده است، و کعبه قبله مسلمانان گردیده است.

از مدینه تا مکه به مسافت قریب صد فرسنگ است، رسول الله روبه کعبه ایستاد و فرمود: «محرابی علی المیزاب»؛ یعنی این گونه که من ایستاده ام، مستقیم به سمت ناودان کعبه و مواجه آمم.

این تعیین جهت و سمت قبله به سوی میزاب کعبه





بدون اعمال آلات نجومی و قواعد ریاضی و هیوی و یا در دست داشتن زیج و دیگر منابع طول و عرض جغرافیایی، در غایت دقت و استوا صورت گرفته است.

علاوه اینکه رسول الله با مردم به سوی بیت المقدس در نماز ظهر ایستاده بود که در اثنای نماز مأمور به صرف قبله از بیت المقدس به سوی کعبه شد.

وانگهی کسی نقل نکرده است که آن حضرت در تعیین سمت قبله مدینه، به قواعد ریاضی و آلات نجومی بسط و جستجو شده باشد، با اینکه آن جناب در مراقبت به تمام احوال و اوضاع، اهمتامی اکید و شدید داشتند، چنان که کتب سیر شهودی عادل اند، و شمائل محمدیه ترمذی بر گفتار ما حجتی قاطع است، و آن پنجاه و چهار باب است؛ حتی بابی در نعلین و بابی در انگشتی آن جناب دارد. غرض اینکه هرگاه مردمی تا این حد توجه نموده و این امور را تنظیم و تدوین کرده اند اگر چنانچه آن حضرت در تحصیل سمت قبله، آلات و ادوات ریاضی و کتب فن به کار می برد هر آینه می نگاشتند.

قبله مدینه، آن چنان که پیغمبر خاتم به سوی آن نماز خوانده است، تا امروز به حال خود باقی است، و بعد از ارتحال آن حضرت، دانشمندان ریاضی بزرگ با قواعد ریاضی، قبله مدینه را چنان یافتند که رسول الله آن را بدون اعمال قواعد ریاضی و آلات رصدی و اطلسهای طول و عرض بلاد و مانند آنها یافته است، و این ممکن نیست مگر به وحی و الهام مافوق طبیعت مادی.

علامه بزرگ ابوریحان بیرونی، معاصر شیخ رئیس ابوعلی سینا، در قانون مسعودی که مجسطی اسلامی است، طول مکه را از ساحل اقیانوس غربی ۶۷۰، و عرض آن را ۲۱۰۲۰ آورده است؛ و طول مدینه را ۶۷۰۳۰، و عرض آن را ۲۴۰ نگاشته است، چنان که به نظر دقیق اهل اروپا، طول مکه از گرینویچ ۳۹۰۵۰، و عرض آن ۲۵۰۲۱؛ و طول مدینه را ۴۰۰، و عرض آن را ۲۵۰ گفته اند، که در نتیجه مکه و مدینه در سطح یک دایره نصف النهار قرار گرفته اند و انحراف قبله مدینه از جنوب به مغرب ۱۴۵۳ است که تفاوت کمتر از ربع درجه است، لاجرم قبله حقیقی مدینه به سوی نقطه جنوب خواهد بود.

و نیز دانشمند نامدار، ناصر خسرو علوی که قریب العهد با ابوریحان و ابن سینا بود و استاد علی نسائی، شاگرد ابن سینا، را دیدار کرده بود، در سفرنامه گوید:

مدینه شهری است بر کناره صحرائی نهاده و زمین نمناک و شوره دارد، و آب روان دارد اما اندک، و خرماستان است، و آنجا قبله سوی جنوب افتاده است^(۱).

و نیز در اطلس جامع لاروس (Atlas General Larousse)، مکه و مدینه تقریباً در یک خط نصف النهار ترسیم شده است.

و نیز دانشمند نامی فرهاد میرزا معتمد الدوله در کتاب بسیار ارزشمندش به نام جام جم عرض مکه را ۳۳° ۲۱ شمالی و طول آن را از گرینویچ لندن ۴۰° ۱۰ شرقی و عرض مدینه را ۲۵° شمالی و طول آن را ۳۹° ۵۵ آورده است که تفاوت میان دو نصف النهار مکه و مدینه ۱۵ دقیقه فلکی است.^(۲)

این گفتار جام جم، و کار اطلس جامع لاروس همان است که ناصر خسرو علوی در هزار سال قبل از این در سفرنامه گفته است: «قبله مدینه سوی جنوب افتاده است»، و یا بیرونی پیش از ناصر در قانون مسعودی با جام جم به ۱۵ دقیقه فلکی اختلاف دارد.

نگارنده، حسن حسن زاده آملی، در سنه ۱۳۸۱ هـ.ق، که به زیارت بیت الله کعبه معظمه توفیق یافته و یک عشره کامل در مدینه در جوار خاتم انبیا تشرّف داشته، در امر قبله مدینه دقت تمام به کار برده است و آن را چنان یافته است که علامه بیرونی و ناصر خسرو علوی و متأخرین از اهل اروپا گفته اند که مدینه و مکه تقریباً در سطح یک دایره نصف النهار واقع اند، و همه معترف و مصدّق این حقیقت اند که قبله مدینه چنان است که رسول خاتم بدون به کار بردن هیچ گونه وسایل رصدی و ضوابط هیوی و قواعد ریاضی به سوی کعبه ایستاد و فرمود: «محرابی علی المیزاب».

بر این اصل استوار و پایدار که در قبله مدینه گفته ایم، جناب علامه حلی (حسن بن یوسف بن مطهر متوفی ۷۲۶ هـ.ق) از نظر حکم فقهی در کتاب عظیم الشان تذکرة الفقهاء فرموده است:

المصلی بالمدينة يجعل محراب رسول الله، صَلَّى الله عليه وآله وسلم، قبلته من غير اجتهاد لعدم الخطأ في حقه عليه السلام.

یعنی نماز گزار در مدینه، محراب رسول الله را بدون اجتهاد در آن، قبله خود قرار می دهد؛ چه اینکه خطا در حق آن جناب نیست.

و مانند نظر علامه حلی در رصانت و وثاقت، نظر سمهودی^(۳) در وفاء الوفاء است:

والذی ذكره اصحابنا أنه لا يجتهد في محراب النبي (ص) لأنه صواب قطعاً إذ لا يقر على خطأ فلا مجال للاجتهاد فيه ...

و به تعبیر ابن بطوطه در رحله:

«قبله مسجد رسول الله (ص) قبله قطع لأنه (ص) أقامها». ^(۴) و نیز شیخ حافظ، محمد بن نجار، متوفی

۱- سفرنامه، ناصر خسرو، چاپ سنگی، طهران، ص ۱۵۳.

۲- جام جم، فرهاد میرزا معتمد الدوله، چاپ سنگی، چاپ اول، ص ۶۱۵، ۶۱۶.

۳- سید نورالدین علی بن عبدالله بن احمد الحسینی (متوفی ۹۱۱ هـ.ق).

۴- رحله ابن بطوطه، مصر، ص ۸۶.



در میان معجزات فعلی پیغمبر خاتم (ص) قبله مدینه معجزه باقی است و بنای دیوار مسجد مدینه الکوی رهنمون استنباط و اختراع مسائل ریاضی ظل است که از آن تعبیر به مماس و تانژانت می کنند .



۶۴۷ هـ.ق، در کتاب الدرّة الشمیة فی تاریخ المدینة آورده است :

... فأتاه جبریل علیه السلام فقال : یا رسول الله ضع القبلة و أنت تنظر الی الکعبة ... و صارت قبلته الی المیزاب (۵)

تحصیل طول و عرض بلاد، و بخصوص تعیین طول، برای پیشینیان سخت دشوار بود، لذا تقریب و تخمین و گاهی خبط و اشتباه سنگین در ارقام جداول طول و عرض دیده می شود؛ امروز که آلات رسانه ای گوناگون از قبیل بی سیم و تلگراف و مانند آنها اختراع شده است آن دشواری به آسانی، و آن تقریب به تحقیق مبدل شده است .

عالم جلیل شاذان بن جبرئیل در رساله ازاحة العلة فی معرفة القبلة، با تکیه بر ظاهر بعضی از جداول طول و عرض بلاد پیشین که در دست داشت، قبله مدینه را از جنوب به مشرق $۱۰^{\circ} ۳۷'$ منحرف دانسته است، و صاحب بحار و دیگران از او پیروی کرده اند، که سخت سست و نادرست است و کسانی که مثل علامه حلی و سمهودی و ابن بطوطه، عمل پیغمبر اکرم را در تعیین قبله مدینه، اصل قرار داده اند و آن را قبله قطع دانسته و اجتهاد را در آن روا نداشته اند و اعتنای به جداول طول و عرض بلاد آن روز در این موضوع بخصوص نکرده اند، به حق سخن گفته اند و به صواب صواب رفته اند .

کوتاه سخن، قبله مدینه بر جنوب افتاده است، و آن چنان است که رسول خاتم به سوی آن نماز خوانده و به نور وحی فرموده است : «محرابی علی المیزاب» و آن قبله قطع است و تنها معجزه فعلی باقی پیغمبر اکرم است و اجتهاد در آن جایز نیست .

فصل دوم در تعیین ظهر حقیقی مدینه از بنای دیوار غربی مسجد مدینه به دستور حضرت رسول خاتم، صلی الله علیه و آله و سلم، است .

مطلبی که ذکر آن بعد از تعیین قبله مدینه به إعجاز رسول الله، اهمیت بسزا دارد، تعیین وقت زوال ظهر به دستور آن حضرت است .

در کتب هیوی برای تعیین ظهر حقیقی طرق عدیده است، و ما در کتاب دروس معرفت وقت و قبله (از درس ۴۲ تا درس ۵۵) سی طریق را با براهین ریاضی آنها تقریر و تحریر کرده ایم .

برای تعیین ظهر حقیقی هر افق در معظم معموره، نیاز به نصب شاخص است، و شاخص بر دو گونه است : یکی شاخص «مخروطی» و دیگر شاخص «صفیحی» .

عمل به شاخص مخروطی و طریق نصب آن در سطح
دائرة هندیه و نظائر آن، متداول است و بدان آگاهی دارند.
اکنون نظر ما به اعمال و نصب شاخص صفيحي و تعیین
ظهر حقيقي بدان است.

شاخص صفيحي، شاخصی پهن است مانند صفحه
فلزی و یا تخته سنگی و یا خشتی و یا تخته چوبی که هر دو
روی آن صاف و هموار باشد و بر استقامت بر سطح زمین
نصب شده باشد.

هرگاه خط نصف النهار را که آن را خط زوال نیز گویند
به یکی از طرق تحصیل آن بر سطح مستوی ارض به دست
آوردیم و شاخصی صفيحي بر روی آن خط، آعنی بر طول
و امتداد آن، درست به استقامت نصب کنیم هر آینه آن
شاخص صفيحي بر سطح دائرة نصف النهار خواهد بود،
چه اینکه خود خط نصف النهار بر سطح دائرة نصف النهار
است، لاجرم ظل آن شاخص صفيحي از وقت طلوع
شمس تا هنگام رسیدنش به دائرة نصف النهار، در جانب
مغرب خواهد بود، و وقتی که مرکز جرم شمس به دائرة
نصف النهار رسیده باشد، نه صفحه جانب غربی شاخص
را ظل بود، و نه صفحه جانب شرقی آن را، بلکه خط ظل
آن بر نفس خط نصف النهار منطبق است، یعنی ظل
شاخص صفيحي بر روی خط زوال قرار می گیرد، و این
هنگام اول ظهر حقيقي آن افقی خواهد بود که شاخص
صفيحي بر سطح مستوی آن نصب شده است.

حال اگر بر خط نصف النهار، دیواری به استقامت بنا
کنند، حکم دو رویه شرقی و غربی آن مانند همان دو
صفحه شاخص صفيحي است، یعنی در این عمل خود
دیوار، شاخص صفيحي خواهد بود.

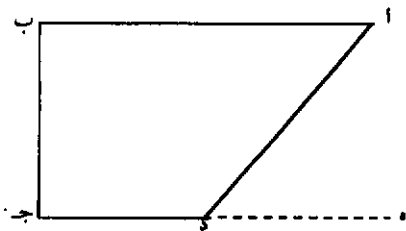
اول کسی که شاخص صفيحي را برای تعیین ظهر
حقيقي به کار بسته است، حضرت خاتم انبیا
محمد مصطفی، صلی الله علیه و آله و سلم، بوده است.
یعنی یکی از معجزات فعلی دیگر پیغمبر اکرم این بود که به
دستور آن جناب، دیوار سمت غرب مسجد مدینه درست
بر خط نصف النهار، که در سطح دائرة نصف النهار
است، بنا نهاده شده است؛ و به مردم تفهیم کرد تا اول
ظهر حقيقي را به زوال و انعدام ظل جانب غربی آن، و
برگشتن سایه به طرف مشرق آن بدانند، و چون سایه
شرقی دیوار را ملاحظه کردند نماز ظهر به جای آورند.

و باز در این مطلب سؤال می شود که جناب رسول الله
خط نصف النهار را بر سطح مستوی زمین چگونه تحصیل
کرده است تا به دستورش دیوار طرف غرب مسجد بر
امتداد آن در سطح دائرة نصف النهار بنا نهاده شده است؟
آری، آنچه در فصل اول در پیرامون تحصیل سمت قبله
مدینه گفتیم در این مطلب نیز صادق است؛ یعنی اگر به

وسیله آلات رصدی و قواعد ریاضی خط نصف النهار را
تحصیل کرده بود، هر آینه نقل می کردند و بر ملا و آشکار
می شد، حال آنکه کسی بدان تفوه نکرده است؛ و حقیقت
امر این است که این مطلب نیز معجزه فعلی است و جز به
نور وحی صورت نگرفته است.

جناب استاد ابوالفضائل علامه حاج میرزا ابوالحسن
شعرانی، روحی فدا، می فرمود: «امروز هم در
رصدخانه های فرنگستان مانند گرینویچ و پاریس،
دیواری به آن طرز می سازند، و گویند بهترین وسیله تعیین
ظهر حقيقي آن است؛ پس تعیین ظهر در مسجد
پیغمبر (ص) بهترین طریق بود که امروز علمای اروپا به
کار می برند».

برای تسهیل در عمل به شاخص صفيحي و تعیین
اوقات یاد شده بر سطح دائرة هندی یا رخامه، صفحه فلزی
و یا تخته چوبی صاف و هموار با رؤوس ا، ب، ج، د بر
خط نصف النهار تحصیل شده که ج است؛ یعنی بر طول
و امتداد آن به استقامت نصب شود، و به باقی دستورات یاد
شده عمل گردد. (۶)



فصل سوم در بیان مقدار ارتفاع دیوار مسجد مدینه است.

حضرت رسول الله، صلی الله علیه و علی آله و سلم،
بلندی دیوار مسجد را برای تعیین اوقات نماز به اندازه
قامت انسان معتدل القامه مقرر داشت.

طول انسان معتدل القامه، شش و نیم تا هفت قدم
است. در کتب ریاضی نجومی، ظل شاخصی را که قائم
بر سطح افق باشد، ظل دوم، و نیز ظل مستوی، و نیز ظل
مبسوط خوانند. (۷)

طول مقیاس یعنی شاخص یاد شده را به هفت یا شش
قسم و نیم تقسیم می کنند و آن اقسام را «اقدام» می گویند،
و ظل آن را «ظل اقدام» می نامند، بدین نظر که هرگاه کسی
خواهد معلوم کند که ظل هر شیء مثل آن شده است یا نه،
ظل قامت خود را معتبر دارد. سرمشق این دستور از بنای
دیوار یاد شده است.

در فصل دوم گفته آمد که به فرمان حضرت رسول الله

۶- رك: دروس هیئت و دیگر
رشته های ریاضی، حسن
حسن زاده آملی، ج ۲،
ص ۶۶۲.
۷- رك: همان، ص ۵۷۸؛
معرفة الوقت و القبلة، درس
هشتم.



نصف النهار خواهد بود، پس اگر منصوب در آفاق شمالی باشد سایه آن بر خط نصف النهار به سوی قطب شمالی خواهد بود؛ و اگر منصوب در آفاق جنوبی باشد سایه آن نیز بر خط نصف النهار به سوی قطب جنوبی خواهد بود.

اما شاخص مخروطی چنین نیست که آن را در همه آفاق و در همه ایام، هنگام رسیدن شمس به دائرة نصف النهار سایه نبوده باشد، بلکه اگر عرض بلد به قدر میل کلی باشد که اکنون در حدود ۲۵°۲۳ است، خواه بلد شمالی باشد و خواه جنوبی، شمس در هر دوره سال شمسی یک بار به سمت رأس می رسد، و در آن وقت شاخص مخروطی را ظل نبود.

و اگر عرض بلد کمتر از میل کلی باشد، و یا عديم العرض باشد، شمس در هر دوره سال شمسی دوبار به سمت رأس می رسد و در آن دوبار شاخص مخروطی را ظل نبود، خواه بلد شمالی باشد و خواه جنوبی.

و اگر عرض بلد بیشتر از میل کلی باشد، خواه بلد شمالی باشد و خواه جنوبی، هیچ گاه سایه شاخص مخروطی منعدم نمی گردد و بعد از زوال شمس از دائرة نصف النهار، ظل شاخص به سوی مشرق رجوع می کند که آن را «فیئ» گویند، چه فیئ در لغت به معنی رجوع کردن است.

رصدی بزرگ، جناب مولی غلامحسین جونپوری شیرازی الاصل در کتاب گرانقدر جامع بهادری آورده است؛

محمد خفری در شرح زیچ ایلخانی از کتاب تاریخ الفلاسفه که ترجمه کتاب قانیطس یونانی است، نقل کرده است که اول کسی که در حال کواکب نظر کرد آدم، علیه السلام، بود. در قله جبل القمر مقیاسی قائم کرده، ظل آفتاب را رصد می فرمود تا هر روز که ظل به غایت قصر می رسید می دانست که نیمروز شد. و از صبح تا نیمروز به فراهم آوردن ثمرات مأکوله جیلی سعی می کرد، و چون وقت نصف النهار می رسید آن اثمار را به مسکن برای فرزندان می برد. و نیز هرگاه تناقص و تزاید و انعدام ظل را معاینه کرد، انتظار عودات آن کشید تا چون بار دوم، ظل را منعدم دید دانست که آفتاب به وضع اول خود رسید. و چون ایام عودات را حساب کرد سیصد و شصت و پنج روز یافت و دانست که آفتاب در این مدت، دوره تمام می کند... (۹).

بیان: اینکه فرموده است: «تا هر روز که ظل به غایت قصر می رسید» دل آست بر اینکه حضرت آدم، علیه السلام، مقیاسی را که در قله جبل القمر نصب فرموده

دیوار طرف غرب مسجد مدینه درست بر خط نصف النهار بنا نهاده شده است، و هر دیواری بر خط نصف النهار بنا شود، هنگام ظهر سایه ندارد و چون زوال شود سایه از طرف شرقی دیوار در پایه آن ظاهر می گردد، جناب رسول الله پدید آمدن سایه جانب شرقی دیوار را علامت وقت نماز ظهر قرار داد، و چون مردم سایه دیوار را در پایه آن از طرف شرقی می دیدند نماز ظهر به جای می آوردند.

بدیهی است که بعد از زوال، سایه دیوار به تدریج بیشتر می شود. پیغمبر اکرم دستور فرمود که هرگاه سایه به اندازه ارتفاع قامت دیوار شود نماز عصر کنند، مسلمانان از پایه دیوار تا هفت پا اندازه می کردند، چون سایه به آن اندازه می رسید می دانستند هنگام نماز عصر فرا رسید و نماز عصر می خواندند. و آن حضرت آخر وقت عصر را وقتی معین فرمود که سایه دو برابر شاخص شود.

مسجد مدینه در آغاز فقط دارای چهار دیوار بوده است، و پس از گذشت زمانی بر آن سرپوش و سایبانی قرار داده اند و سپس آن را مسقف کرده اند و به صورت بنای متعارف در آوردند، چنان که در کتب مربوطه به تفصیل، مذکور است (۸).

پس اگر کسی شبهه کند که حدوث سایه جانب شرقی دیوار در داخل مسجد چگونه صورت پذیر است؟ در جوابش گوئیم که باید زمان پیش از مسقف شدن مسجد را با بعد از آن فرق گذاشت؛ یعنی آن سخن قبل از صورت بنای متعارف مسجد و مسقف شدن آن است.

شگفت اینکه در همه کتب فقهی که متعرض دائرة هندیه شده اند و برای تحصیل خط نصف النهار و خط سمت قبله از آن بحث نموده اند، فقط همان شاخص مخروطی را نام برده اند و به کار برده اند، و در هیچ یک از کتب فقهی ندیده ام که این قسم شاخص صفیحی را نام برده باشند و زوال ظهر را بدان نحو که گفته ایم در مطلق آفاق؛ اعنی چه آفاقی که آفتاب در وقت رسیدنش به دائرة نصف النهار به سمت رأس برسد، و یا نرسد که در جهت شمال و جنوب سمت الرأس باشد، علامت اول ظهر شناسایی کرده باشند، با اینکه اول کسی که شاخص صفیحی را برای تحصیل و تعیین ظهر و وقت صلوات ظهر و عصر به کار بسته، حضرت خاتم انبیا محمد مصطفی، صلی الله علیه و علی آله، بوده است.

هرگاه شاخص صفیحی در سطح دائرة نصف النهار بوده باشد، و به عبارت آخری بر امتداد خط نصف النهار نصب شود، زوال ظل سطح غربی آن در همه آفاق و در همه ایام، علامت رسیدن مرکز جرم شمس به حلقه نصف النهار، اعنی به دائرة نصف النهار، است؛ در این وقت، سایه خود صفیحه نیز در مطلق آفاق بر خط

۸- از جمله رك: بحار الانوار، مجلسی، چاپ کمپانی، ج ۶، ص ۴۱۳ به نقل از کافی.

۹- جامع بهادری، مولی غلامحسین جونپوری، هند، ص ۶۹۰.

است، شاخص مخروطی بوده است نه صغیحی.

و اینکه فرموده است: «و نیز هر گاه تناقص و تزیاد و انعدام ظل را معاینه کرد...» دال است بر اینکه عرض جبل القمر به قدر میل کلی در آن روز بوده است.

میل کلی رو به انتقاص است و مقدار انتقاص آن در هر سال شمسی به تقریب نصف ثانیه فلکی است، و به تحقیق ۰/۴۶۸ ثانیه، که در حدود ده سال شمسی به مقدار ۴/۶۸۰ ثانیه انتقاص می یابد؛ و تقریباً پس از ۱۸۶۰۰۰ سال شمسی، منطقه البروج با معدل النهار متحد می شود، یعنی در یک سطح قرار می گیرند و میل در آن حال منتفی می شود.

در خاتمه این فصل گوئیم که نصب و بنای دیوار جانب غربی مسجد مدینه به فرمان رسول خاتم صلوات الله علیه، در سطح نصف النهار مدینه نیز مانند قبله آن، معجزه فعلی آن حضرت است که متضمن بسی مسائل علمی ریاضی است.

اکثر معجزات فعلی، تصرف در ماده کائنات و تسخیر آنها به قوت ولایت تکوینی به اذن الله تعالی است و معجزات قولی علوم و معارف و حقایقی اند که از حظائر قدس ملکوت بر آنان نازل شده است.

سر سلسله معجزات قولی پیغمبر خاتم، قرآن مجید است که معجزه باقی آن حضرت است.

اغلب معجزات فعلی، موقت و محدود به زمان و مکان و زودگذرند؛ بعد از وقوع، فقط عنوان تاریخی و سمت خبری دارند، و غالباً عوام را به کار آیند که با محسوسات آشناوند و با آنها الفت گرفته اند و خو کرده اند. این فرقه باید با حواس ادراک کنند تا باورششان آید. بخلاف معجزات قولی که در همه اعصار و قرون معجزه اند و خواص را که قوه عاقله و متفکره پیکر مدینه فاضله انسانی اند به کار آیند. این طایفه معجزات قولی را، یعنی علوم و معارف و حقایق را که مائده های آسمانی و مآدبه های روحانی اند طلب کنند که نکته سنج و زبان فهم و گوهر شناس اند و می دانند کالای علم کجایی است و چگونه کالایی است. به قول خواجه طوسی در فصل چهارم نمط نهم شرح اشارات شیخ رئیس: الخواص للقولیة أطوع، و العوام للفعلیة أطوع.

و یا به قول ملائی رومی در دفتر چهارم مثنوی:

پند فعلی خلق را جذآب تر

کو رسد در جان هر با گوش و کر

در میان معجزات فعلی پیغمبر خاتم قبله مدینه معجزه باقی است و بنای دیوار مسجد مدینه الگویی رهنمون استنباط و اختراع مسائل ریاضی ظل، که از آن تعبیر به مماس و تانژانت می کنند، شده است، چنان که در فصل

بعد گفته آید.

تبصره: در اصطلاح دانشمندان ریاضی و هیوی، بنا بر عمل رسول الله در ارتفاع دیوار یاد شده، طول هر شاخص را، خواه به اندازه شخص معتدل القامه باشد و یا نباشد، به هفت قسم می کنند و ظل آن را مطابق اقسام طول آن تقدیر می کنند و هر قسم را «قدم» می گویند. فتبصر.

تبصره: اینکه در این فصل، دائرة نصف النهار را به حلقه نصف النهار تعبیر کرده ایم، به فرموده رسول الله (ص) نظر داریم که «ان الشمس عند الزوال لها حلقة تدخل فيها فاذا دخلت فيها زالت الشمس».^(۱۰)

فصل چهارم در اینکه بنای دیوار مسجد مدینه الگویی رهنمون استنباط و اختراع مسائل ریاضی ظل، که از آن به مماس و تانژانت تعبیر می کنند، شده است.

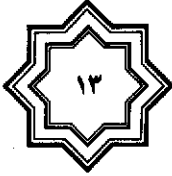
علم مثلثات متداول امروز، مبتنی بر «جیب» و «ظل» است. جیب را به فرانسه سینوس (Sinus)، و ظل را تانژانت (Tangente) گویند، که اساس آن از علمای اسلام است.

پیش از اسلام، یونانیان برای حل مسائل نجومی که احتیاج شدید به مثلثات دارد، شکل دیگری معروف به شکل «قطاع» را به کار می بردند که هم در مسطحات به کار می آید و هم در کره، که قطاع سطحی و قطاع کروی، و نیز قطاع کروی گویند. و کتاب عمده ای که در آن نوشته شده است کتاب اُگر منلائوس است.

این کتاب در اصطلاح ریاضی از متوسطات است، یعنی در حوزه های علمی ما به حسب ترتیب تدریس ریاضیات از کتب درسی دوره متوسطه بوده است که بعد از کتاب اصول اقلیدس و پیش از مجسطی خوانده می شد، و از این کتب درسی دوره متوسطه، تعبیر به «متوسطات» می کردند.

نگارنده، کتاب اُگر منلائوس را به تحریر خواجه طوسی در محضر اعلای علامه ذوالفقون، آیت الله حاج میرزا ابوالحسن شعرانی، رضوان الله علیه، در تهران فراگرفته است؛ سپس آن را با چند نسخه مخطوط، تصحیح و شرح کرده و چهار دوره کامل در حوزه علمیه قم تدریس نموده است.

۱۰- برای توضیح بیشتر به دروس هیئت و دیگر رشته های ریاضی، درس ۱۰۷، ج ۲، ص ۷۴۵ رجوع شود.



تقاطع می کند؛ چنان که یکدیگر را بر زوایای قائمه تقاطع می کنند؛ از تقاطع سه عظیمه یاد شده چهار مثلث در فوق افق حادث می شود و چهار دیگر در تحت افق؛ و زوایای سه گانه هریک از این هشت مثلث نیز قائمه است و وتر هر زاویه یک ربع عظیمه است.

و در آفاق استوائی، دائرة اول السموت با دائرة استوائی سماوی (دائرة معدل النهار) منطبق است. از تقاطع آن با دائرة نصف النهار، و تقاطع این دو با دائرة افق، هشت مثلث به شرح مذکور پدید می آید. به نقل کلام خواجه طوسی درباره شکل مغنی برگردیم:

پس از آن خواجه فرمود:

و هذا شکل عظیم الغنا، و له تفاريع و اشباه، و تفصيل هذه المسائل يحتاج الى كلام أبسط يوجد في مواضعها من الكتب، و هذا الموضع لا يحتمل اكثر مما ذكرنا؛ ولي فيها و في ما يغني عنها كتاب جامع سميت به كشف القناع عن اسرار الشكل القطاع.

بیان: کتاب کشف القناع به سالیانی پیش از این، یک بار در فرانسه چاپ شده است، و بار دیگر در ترکیه. نگارنده نسخه ای خطی از آن را در دست آشنایی دیده است و هنوز به تحصیل آن توفیق نیافته است. (۱۱)

علامه نظام الدین نیشابوری در شرح مجسطی بطلمیوس در بیان قطاع سطحی گوید:

و الدعوى الواقعة في هذا الشكل هي ٤٩٧٦٦٤٤، فانظر في هذا الشكل الصغير كيف استلزم جميع تلك المسائل؟ و لاتعجب من قوله عز من قائل: ﴿ولو أن ما في الأرض من شجرة أقلام والبحر يمده من بعده سبعة أبحر ما نفدت كلمات الله إن الله عزيز حكيم﴾ (لقمان: ۲۸).

شکل قطاع کروی در علم مثلثات و هیئت و نجوم اهمیت بسزا داشت. ورود بحث از قطاع را طول و عرض بسیار است.

اکنون غرض عمده ما این است که چون عمل به قطاع در مسائل ریاضی هیئت و نجوم مشکل بود، به بیانی که در درس سیزدهم دروس معرفة الوقت و القبلة تقریر و تحریر کرده ایم (ص ۵۶)، متأخرین از دانشمندان اسلامی، دو شکل «مغنی» و «ظلی» استنباط و اختراع کرده اند که هر دو مغنی از قطاع اند.

هر قاعده ای که در آن سینوس به کار می رود شکل مغنی و فروع آن است؛ و هر فرمولی که در آن تانژانت به کار می رود شکل ظلی و فروع آن است. (۱۲)

منلائوس (Menelaus) اهل اسکندریه و از ریاضیدانان نامور یونان است که قبل از میلاد حضرت مسیح، علیه السلام، می زیست.

کتاب وی در اشکال کرّیه، سه مقاله است. شکل قطاع که همان قضیه معروف منلائوس است، قضیه نخستین از مقاله سوم آن است. خواجه طوسی در اواخر تحریر این قضیه فرماید:

و من هذا الموضع استحدث الأمير ابونصر شكلاً يقوم مقام القطاع ولقبه بالمغني، يتبين فيه أن كل مثلث من قسي دوائر عظام تكون فيه زاوية قائمة و أخرى اصغر من قائمة فإن نسبة جيب وتر القائمة إلى جيب وتر الزاوية التي هي اصغر من قائمة كنسبة الجيب كله و هو جيب الزاوية القائمة إلى جيب الزاوية المذكورة...

یعنی هر مثلث کروی که هریک از اضلاع آن قوسی از دائرة عظیمه باشد، و یک زاویه آن قائمه، و یک زاویه دیگر آن کوچکتر از قائمه باشد، نسبت جیب وتر زاویه قائمه، به جیب وتر زاویه اصغر از قائمه، مانند نسبت جیب اعظم که جیب زاویه قائمه است، به جیب زاویه ای که اصغر از قائمه است می باشد.

$$\frac{\text{جیب اعظم}}{\text{جیب زاویه اصغر از قائمه}} = \frac{\text{جیب وتر زاویه قائمه}}{\text{جیب وتر زاویه اصغر از قائمه}}$$

بیان: وتر هر زاویه مثلث، ضلع مقابل آن است؛ خواه آن وتر خط مستقیم باشد، چنان که در مثلث بر سطح مستوی و خواه خط مستدیر، یعنی قوس، باشد، چنان که در مثلث بر سطح مستدیر، یعنی مثلث کروی. و در مثلث کروی باید آن اوتار که همان اضلاع مثلث اند قوسهایی از دوائر عظام باشند.

دیگر اینکه در مثلث بر سطح مستوی، مجموع سه زاویه آن برابر با دو قائمه است و امکان ندارد که دارای بیش از یک زاویه قائمه باشد چنان که در شکل سی و دوم مقاله نخستین اصول اقلیدس مبرهن شده است.

اما مثلث کروی، مجموع زوایای ثلاث آن بیش از مقدار دو قائمه است، چنان که در شکل یازدهم مقاله اولی اگر منلائوس مبرهن شده است و امکان دارد که دو زاویه آن، بلکه هریک از زوایای سه گانه آن، قائمه باشد. در تصویر آن گوییم:

دائرة نصف النهار عظیمه ای است که قائم بر دائرة افق است و دائرة اول السموت نیز عظیمه ای است که قائم بر دائرة افق است، پس هریک، دائرة افق را بر زوایای قائمه

۱۱- این کتاب در آینده نزدیک به کوشش بنیاد دائرة المعارف اسلامی، در ضمن مجموعه رسائل خواجه نصیرالدین طوسی چاپ و منتشر خواهد شد. (میراث جاویدان)

۱۲- درس پنجم تا چهاردهم دروس معرفة الوقت و القبلة در مورد بیان جیب و ظل، شکل مغنی، شکل ظلی و فروع هر یک همراه با براهین هندسی آنهاست. (صص ۲۰ تا ۶۴)



به عرض رسانده ایم که دیوار جانب غربی مسجد پیغمبر در مدینه به دستور آن حضرت به بلندی قامت انسان معتدل القامه و درست محاذی دایره نصف النهار، یعنی در سطح آن، بنا شده است.

عرض مدینه 25° شمالی است و تقریباً به اندازه میل کلی است و چون عرض بلد ثابت و میل کلی روبه انتقاص است، باید گفت که آفتاب در نصف النهار اول تابستان، در زمان پیغمبر اکرم، تقریباً به سمت الرأس اهل مدینه می‌رسید و ارتفاع آن 90° بوده است، اگرچه الآن هم تقریباً کماکان؛ کما لایخفی علی اهل المعرفة بالهیئة و النجوم.

و دانسته شد که چون دیوار جانب غرب مسجد مدینه در سطح نصف النهار بنا شده بود، هنگام ظهر سایه نداشت و چون زوال می‌شد، سایه از طرف شرقی دیوار در پایه آن ظاهر می‌شد و حضرت رسول الله پدید آمدن آن سایه را علامت وقت نماز ظهر قرار داده است و چون سایه به اندازه هفت پا، یعنی به اندازه قامت دیوار، می‌رسید، آن را وقت نماز عصر قرار داده است و آخر وقت عصر را وقتی معین فرمود که سایه دو برابر شاخص شود و آن، وقتی است که ارتفاع خورشید از افق قریب 26° است.

پس حضرت رسول الله، مقدار ارتفاع خورشید را نصف کرد و نصف آن را وقت فضیلت ظهر قرار داد؛ و نصف باقی را هم تقریباً نصف کرد و آن را وقت فضیلت عصر قرار داد.

و رسم اهل حساب است که خالص و کامل هر چیز را اصل و مبنا قرار می‌دهند؛ مثلاً در اندازه گرفتن نور، نور ماه را در شب چهاردهم که ثابت است واحد قرار دادند و برای واحد وزن، آب خالص مقطر را به عنوان مبنا اختیار کردند.

حضرت رسول الله هم بلندترین روزها را در شهری که خورشید در اول ظهر به غایت ارتفاع، یعنی 90° ، می‌رسد مبدأ قرار داد، چه اینکه روزها و شهرهای دیگر ضابطه ندارد.

ابوالوفاء بوزجانی (ابوالوفاء محمد بن یحیی بن اسماعیل از ریاضیدانان بزرگ قرن چهارم دوره اسلامی) از حکم شرعی و دستور پیغمبر خاتم درباره اوقات نماز ظهر و عصر متنبه شد که آن جناب به حساب وسط و معدل، زمان مابین ظهر و غروب آفتاب را به دو نصف بخش کرده است: یک نیمه آن از ظهر است تا وقتی که سایه به اندازه شاخص شود؛ و نیمه دیگر، از آن وقت که سایه به اندازه شاخص شود تا غروب، و آن را به نماز عصر تخصیص داده است.

او همچنین دریافت که هرگاه سایه شاخص به اندازه شاخص شود، فاصله از ظهر تا غروب نصف شده است؛ وی عین دستور رسول الله را در نسبت میان ظل و زاویه به کار برد، و شکل ظلی (یعنی نسبت میان ظل و زاویه) را، استنباط کرد.

قامت شاخص که بلندی دیوار مسجد رسول الله، صلوات الله علیه، است، در حقیقت شعاع دایره مثلثاتی است که خطوط مثلثاتی را به قیاس به آن می‌سنجند و امروز مقدار آن را یک «واحد» فرض می‌کنند، اما در کتب اسلامی شعاع را 60° می‌گرفتند.

هرگاه سایه مساوی قامت شود و طول ظل به اندازه شعاع دایره گردد، دلیل آن است که زاویه و قوس مقابل آن 45° شده است، چه اینکه آن زاویه، زاویه مرکزی است، و قوس مقابل آن که وتر اوست مقدر آن است؛ و 45° نصف قوس 90° است که از افق مغرب، یعنی جای غروب آفتاب، تا وسط آسمان تصور می‌شود.

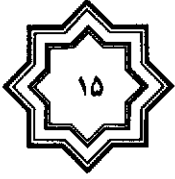
ریاضیدانان اسلامی خط مماس مثلثاتی را «ظل» می‌نامیدند. و از آنچه گفته ایم علت این تسمیه آشکار گشت، چون اصلاً ظل بود که علمای ریاضی را متنبه به فائده این خط کرد و همان نام اصلی را بر آن نهادند و به کار بردند و اروپائیان از آن به «مماس» تعبیر می‌کنند، زیرا ظل برای آنها مفهوم مناسبی ندارد یا ریشه پیدایش آن را نمی‌دانند.

دانشمندان ریاضی اسلامی از مسجد پیغمبر اکرم و سایه دیوار آن که مساوی شعاع کره گردد خواص ظل را استنباط کردند و جداولی برای ظل و جیب مرتب ساختند تا مقدار زوایا را در مقابل هر جیب و ظل بدانند.

جداول مثلثاتی که اسلامیان به کار می‌بردند جداول ستینی (شصتگانی) است. جداول ستینی از قوس و زاویه صفر درجه تا 90° ، دقیقه به دقیقه با مقدار حقیقی جیب و ظل ترتیب یافته است، و هنوز آن جداول در زیجات سابق به کار می‌آیند تا زمانی که لگاریتم اختراع شد و اروپائیان آن جداول را با لگاریتم مرتب ساختند و اکنون متداول است.

لگاریتم را در تسهیل اعمال ریاضی اهمیت بسزا است، زیرا که در لگاریتم، ضرب به جمع، و قسمت به طرح یعنی به تفریق، و مال و کعب و مافوق آنها به ضرب، و جذر مالی و کعبی و مافوق آنها به تقسیم، تمام می‌شود و صورت می‌گیرد، و عمل بدان نسبت به عمل ستینی نیاز به صرف وقت زیاد ندارد، و تسهیل اعمال ریاضی برای حاسب اهمیت شایان دارد.

نسخه ای از تسهیل زیج محمد شاهی در کتابخانه محقر این حقیر موجود است که قسمتی از جداول آن



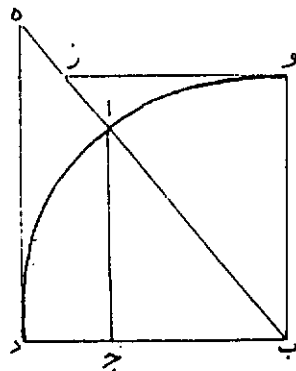
فاضل تقی‌الدین محمد بن معروف زین‌الدین است؛ همان را صد مشهور که در سنه نهصد و نود و سه هجری (۹۹۳ هـ ق)، مطابق سنه هزار و پانصد و هشتاد و شش مسیحی (۱۵۸۶ م) وفات یافته است و در کتاب خودش جریده الدرر و خریده الفکر ذکر نموده.

آن‌گاه متأخرین از اهل اروپا آنها را به جداول لگاریتمی تحویل دادند (لگاریتم Logarithm، کلمه یونانی است به معنی نسبت عدد) چه دیدند که در جداول اعشاری هم صعوبتی است. و اول کسی که بدین راز بزرگ پی برد، فاضل مشهور یوحنا نیپیر بود، پس اعمال بسیار آسان شد. (ولادت یوحنا [جان] نیپیر در سنه ۱۵۵۰ م / ۹۵۷ هـ ق و وفات او سنه ۱۶۱۷ م / ۱۰۲۶ هـ ق بوده است).

پس کسی که می‌خواهد داخل در این اعمال شود می‌شاید که کمال انس به انساب، یعنی لگاریتم، داشته باشد؛ و جداول لگاریتم اعداد، و جداول جیب و مماسات و قواطع و غیر آنها را، چه طبیعی و چه لگاریتمی، حاضر داشته باشد تا کار بر او آسان شود. و جداول ستینی جیب و مماسات و غیرها، در زیجهای اسلامی مذکور است و دقیقترین آنها زیج بهادری است. (۱۳)

این بود عبارت مرحوم سردار کابلی که به نقل آن تبرک جستیم.

بیان: جداول جیب، همان جداول سینوس است مانند: (ا ج) در این شکل که جیب قوس (ا د) است. و ان شئت قلت: جیب زاویه (ا ب د) است که زاویه مرکزی است.



و مراد از مماس، خط ظل است چون خط (ه د) یا خط (و ز) که هر یک مماس قوس (ا د) است. و مقصود از قاطع، قطر ظل است که خط (ب ه) است. (۱۴)

لگاریتم شده است. مؤلف بزرگوار آن دانشمندی ریاضی به نام عبدالله بن محمد از علمای امامیه اثناعشری است.

در زیجهای دیگر ستینی، مثلاً در به دست آوردن عددی گویند: «جیب فلان عدد را در جیب فلان عدد دیگر ضرب کنند یا تقسیم کنند...» اما در زیج یاد شده اول خود آن عدد را به دست می‌آوریم، سپس با مراجعه به جدول لگاریتم، عدد مقابل آن را علی‌حده می‌نگاریم؛ و نیز عددی را که مقابل فلان عدد دیگر نوشته است نیز می‌نگاریم، حال اگر باید جیب آن دو عدد را در هم ضرب کنیم در اینجا، یعنی در این تسهیل یاد شده، آنچه را در مقابل آن دو عدد مطلوب است جمع می‌کنیم؛ و اگر در دیگر زیجات گفته اند: تقسیم می‌کنیم، در اینجا تفریق می‌کنیم، حاصل این جمع و تفریق را در جای دیگر پیدا می‌کنیم که عدد مقابل آن جیب قوس مطلوب خواهد بود.

عمل مذکور از روی این قاعده است که مراتب عددی را به ترتیب، مثلاً دو برابر نموده پیش می‌رویم و از ابتدای آن عدد به ترتیب آن را با هر مرتبه جمع می‌کنیم و پیش می‌رویم، چنان که در این مفروض:

۲ ۴ ۸ ۱۶ ۳۲ ۶۴ ۱۲۸ ۲۵۶ ۵۱۲

۲ ۴ ۶ ۸ ۱۰ ۱۲ ۱۴ ۱۶ ۱۸

در ردیف اول هر مرتبه‌ای دو برابر شده و در ردیف دوم

از ۲ به بعد، هر عدد با ۲ جمع شده است.

چون مثلاً اگر ۸ را در ۱۶ فوقانی ضرب کنیم حاصل ۱۲۸ می‌شود، و چون ۶ و ۸ که در زیر ۸ و ۱۶ می‌باشند جمع شوند حاصل ۱۴ می‌شود که ۱۴ مقابل ۱۲۸ است.

و نیز اگر ۱۶ و ۴ فوقانی را در هم ضرب کنیم حاصل ۶۴ می‌شود، و چون ۸ و ۴ که در زیر آن دو اند جمع کنیم حاصل ۱۲ می‌شود، و ۱۲ با ۶۴ مقابل است.

و نیز اگر ۱۰ و ۸ تحتانی جمع شوند، حاصل ۱۸ می‌شود، و ۱۸ با ۵۱۲ مقابل است، و چون ۳۲ و ۱۶ که در فوق ۱۰ و ۸ می‌باشند در هم ضرب شوند حاصل ۵۱۲ می‌شود.

و به همین ترتیب است مراتب هر عددی را که سه یا چهار یا پنج برابر بکنیم، و هكذا تا بی‌نهایت.

جناب علامه حیدرقلی سردار کابلی، رضوان الله علیه، در رساله گرانقدر تحفة الأجله فی معرفة القبلة افاده فرموده است:

قدماء ما به جداول ستینی عمل می‌نمودند؛ و لکن متأخرین چون دیدند که عمل به ارقام ستینی صعوبت دارد، آنها را به کسور اعشاریه تحویل دادند.

و گمان من آن است که اول کسی که از منجمین اسلامی آن را به کسور اعشاریه تحویل داد علامه

۱۳- تحفة الأجله فی معرفة القبلة، علامه حیدرقلی سردار کابلی، چاپ اول، ص ۶.
۱۴- برای تفصیل این مباحث رک: دروس معرفة الوقت و القبلة، درسهای چهارم و پنجم.



در آغاز این فصل گفتیم که اساس جیب و ظل و شکل مغنی و ظلّی و فروع آنها از علمای اسلامی است. مرحوم آقا سیدجلال الدین طهرانی در گاهنامه ۱۳۱۱ افاده فرموده است:

از مخترعات بطلمیوس در مثلثات کروی، شکل قطاع است که حلّ یک مثلث بر روی کره به وسیله شش نسبت صورت می بندد؛ و به جای اریعه متناسبه، ستّه متناسبه تشکیل می دهند. عمل بدان در مشخصات فلکی فوق العاده صعب بود تا آنکه چندتن از بزرگان اسلام بدین فکر افتادند که تسهیلی در براهین ریاضی مثلث کروی کنند و زحمتی بسزا کشیدند و موفق به کشف مسائلی و حلّ قضایائی در مثلثات کروی گشتند، و چندین شکل به اسماء مختلفه وضع نمودند:

۱- شکل مغنی؛ این شکل را مغنی می گویند به مناسبت آنکه عمل با آن، عامل را بی نیاز از شکل قطاع می کند. و در این شکل به اریعه متناسبه و جیب قوسها اعمال مثلثاتی حلّ می شود.

در وضع این شکل در تاریخ علم جنجالی است و دعوا میان ابونصر منصور بن علی بن عراق، و ابوالوفاء محمد بن محمد البوزجانی، و ابومحمود حامد بن خضر الخجندی، و کوشیار بن لبان الجیلی است. *مرکز تحقیقات و پژوهش علوم اسلامی*

۲- دیگر از مستحدثات علمای اسلام در مثلثات کروی، شکل ظلّی است که در آن استعمال ظلّ می شود و آن را بدون اختلاف ابوالوفاء البوزجانی ابداع کرده و براهین چندی اقامه نموده است.

۳- دیگر از مخترعات قدما شکل سهمی است که به وسیله سهم قوس حلّ می شود و اختراع آن از کوشیار بن لبان الجیلی است.

غیر از شکل قطاع بطلمیوس و مغنی ابونصر بن عراق و ظلّی ابوالوفاء بوزجانی و سهمی کوشیار بن لبان جیلی، چهار شکل دیگر است که فروع مغنی و ظلّی اند و هر یک را در کتاب دروس معرفة الوقت والقبلة با برهان هندسی تقریر و تحریر کرده ایم. (۱۵)

این مطلب درباره قطاع و مغنی و ظلّی به مناسبت بحث در میان آمد و اساس سخن ما این است که اصل مسائل ریاضی ظلّ از مسجد مدینه بیرون آمد و به دست ابوالوفاء رسید و توسط او به همه جهان منتشر گشت. اروپائیان ابوالوفاء را به همین شکل ظلّی می شناسند، جز اینکه تبدیل ظلّ به مماس اولاً و تغییر یافتن کلمه ظلّ به واژه تانژانت فرانسوی ثانیاً، موجب شده است که ظلّ و مسائل آن را از غرب بدانند، حال آنکه معلوم شده است که عمل پیغمبر خاتم، صلوات الله علیه، در بنای دیوار مسجد مدینه، الگوی رهنمون استنباط و اختراع ظلّ بوده است. دعواهم فیها سبحانک اللهم و تحیتهم فیها سلام و آخر دعواهم ان الحمد لله رب العالمین.

